

隅肉溶接の耐力は、のど厚 a によって決定され、サイズを s とすると、 $a=0.7s$ として算定することになっていることは、構造関係者であれば、おそらく誰でも知っていることでしょう。しかし、どうしてこのように算定することになっているのか、その理由は？と聞かれたらどうでしょうか。

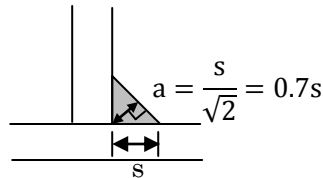


図-1 のど厚

えっ、そんなこと考えもしなかった、などという方が結構多いのではないのでしょうか。実はこれは「降伏線理論」という大学院レベルのやや高度な理論に結びついていくものなのです。まず、図-1の定義は、隅肉溶接といっても、側面すみ肉溶接と前面すみ肉溶接の2種類がありますが、前者の側面すみ肉溶接にしか適用できません。さて、応力方向と同一方向の側面すみ肉溶接に力を作用させますと、図-1のようにある面に沿うずり変形を生じて破断します。このときの破断面は、剃刀を入れたかのように、見事にスパツときれいな平面をなします。ということは同じく図-1の右側に示したように、破断面のどこにおいても同一の応力が働いていたと考えざるを得ません。このときの単位面積当たりの応力を τ_u とすれば、耐力は $\tau_u \times$ 破断面面積となるであろうことは容易に想像することができます。では破断面はどのように決定されるのでしょうか。

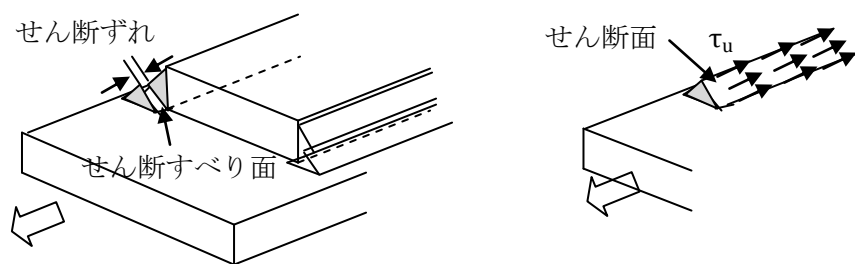


図-1

図-2に示したようにルート0点を通る a, a' のいずれかの傾斜面として決定されることはあきらかですが、 $a' > a$ ですから、 a' に対応する破断面面積は、常に a による破断面面積より大きい、すなわち、 a' に対応する耐力は、常に a に対応する耐力より大きいということになります。耐力が最も小さい個所で破断するという考えはごく自然ですから、 a を破断面とする破壊が生ずるはず、ということになります。これが実験的に確かめられて、ルート

から斜辺に下ろした垂線の長さ、これが最小耐力を決定するということが確定したのです。これより破断面面積は、 $a \times$ 溶接長さとなりますが、溶接長さを板幅とすれば、 a は板厚ということになる。そこで「のど厚」ということにしよう、と、こうしてのど厚という概念が成立したのです。

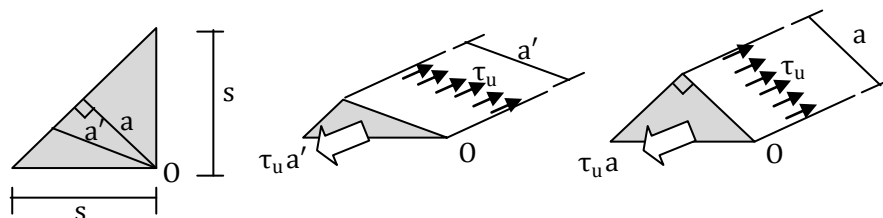


図-2

以上の過程は極めて単純ですが、(1)破断線、あるいは破断面を想定する、(2)これらに対応する耐力値を算出する、(3)耐力値のうち最小となるものが真の耐力値である、(4)実験によってこれを確認するという力学的思考の成立をもたらしたのです。いわば、(1)から(3)までは思考実験であり、(4)は実地実験ということになりますが、軟鋼のような塑性変形能力に富むものにおいては、こうした思考過程が実に見事な成果をあげることが明らかになりました。すなわち、前半の思考実験の段階において、ほぼ 100%実地実験の結果を見通しうるレベルに達したのです。こうしたことにより理論研究が急速に進展し、「塑性崩壊理論」として結実したのです。上記の(1)破断線、あるいは破断面を想定する、(2)これらに対応する耐力値を算出する、(3)耐力値のうち最小となるものが真の耐力値であるという一連のながれは、この塑性崩壊理論における基礎定理のうち、上界定理と称されるものに基づくもので、これを単純化した降伏線理論に属します。鉄骨構造の接合部耐力などについては、薄い板からなることより平面応力状態における降伏線理論が威力を発揮し、設計式もこれに基づくものが多いことから、これに習熟しておくことが必要です。この入門的課題として、次は前面すみ肉溶接における耐力問題を取り上げることとしましょう。前面すみ肉溶接とは、図-1 の側面すみ肉溶接を 90° 回転させ、あたかも力に対してバリアーをなすかのように配置されたものをいいます。

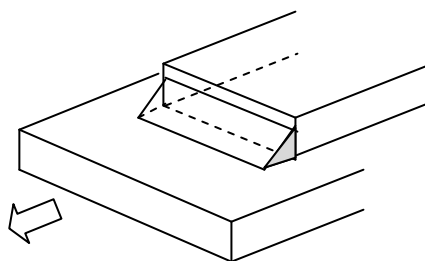


図-3

90° 振り回したことによって、力学的メカニズムは大きく異なってきます。溶接継目の部分だけを取り出してみるとこれがよくわかります。すなわち、側面すみ肉溶接では、図-4(a)に示すように、細長い三角形断面の材を、材軸に沿うせん断によって破断させようとする働きのもとにあります。前面すみ肉溶接ではこれとまったく異なり、同図(b)に示すように、三角形の変断面柱を曲げ+せん断によって破壊させようという働きに支配されています。鉄骨構造においてはシェアスパン比という概念はありませんが、継目部分を変断面の方持ち柱とみなすと、図-4(a)の側面すみ肉溶接では、 $h/D \ll 1$ ですから、変形はほぼ100%せん断変形によって支配される純せん断場に、同図(b)の前面隅肉溶接では、断面のせい=高さ=サイズsですから、 $\frac{h}{D} = 1$ であって、曲げもせん断もどちらもその存在を主張する領域にあります。

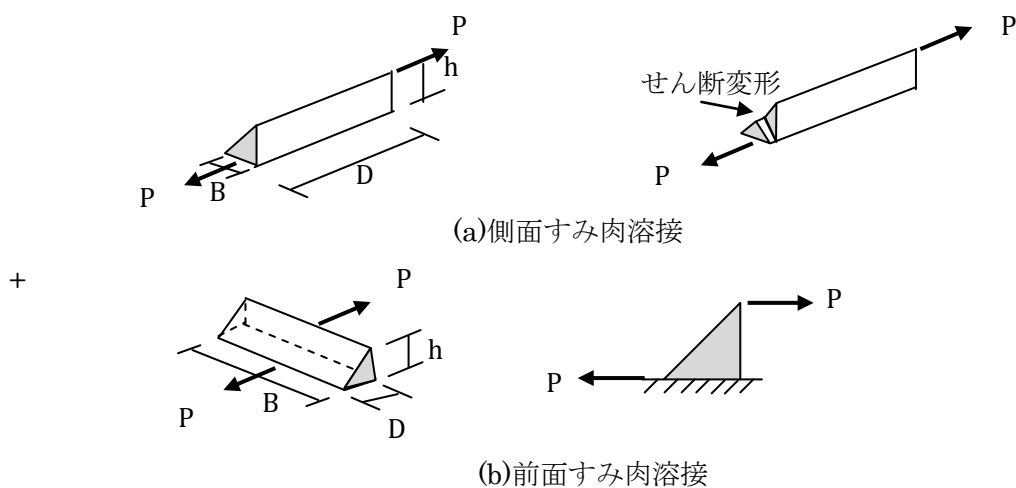


図-4 側面すみ肉溶接と前面すみ肉溶接

では、この前面すみ肉溶接の破断線は、どうなるでしょうか。図-5のように立ちの高い三角形であれば、曲げによる引張が卓越してルートを回転中心とするモードになりそうですし、逆に立ちの低い三角形であれば、せん断が卓越して平行移動モードとなりそうです。

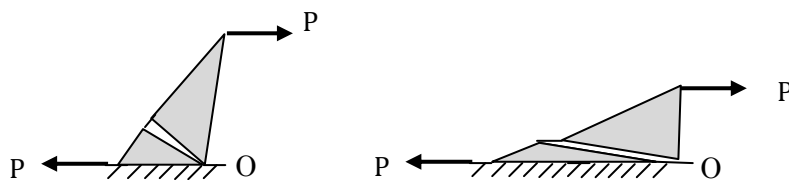


図-5 想定される破断モード

どちらの破壊モードになるかを塑性理論に従ってこれから計算していくわけですが、その際、もうひとつ問題があります。それは、前面すみ肉溶接におけるポアソン効果の問題です。溶接部の幅 B 方向に沿う力は作用していません。したがって、この方向の応力 σ_3 はゼロです。けれども衆知の通り、引張力を作用させると断面は痩せ、逆に圧縮の場合は太ります。これをポアソン効果といいます。これは例え $\sigma_3 = 0$ であっても、ひずみ ε_3 はゼロではないということを意味します。すなわち、前面すみ肉溶接が、引張力を受けるとひずみ ε_3 の存在により幅 B が例え微小にせよ小さくなるということになります。けれども溶接部は板と一体化されていることによる拘束がありますから、実質上幅 B に変化はなく、したがって $\varepsilon_3 = 0$ になっているということもできます。しかしこうするとゼロであったはずの σ_3 がゼロではなくなるようになって堂々巡りとなり解決不可能となります。弾塑性学においては、このような問題がたくさんあり、やむを得ず、図-6 に示すように、応力 $\sigma_3 = 0$ の条件は満たすがひずみ ε_3 に関する条件は満たさぬ解、逆に応力 σ_3 についての条件は満たさないが、ひずみ $\varepsilon_3 = 0$ を満たす解の双方を求めざるを得ません。前者を平面応力場理論解、後者を平面ひずみ場理論解といい、実用的には実験値に近いいずれか一方を理論背景として採用せざるを得ないのが現状です。以下、やや高度ですがこれらの展開を述べておくこととしましょう。

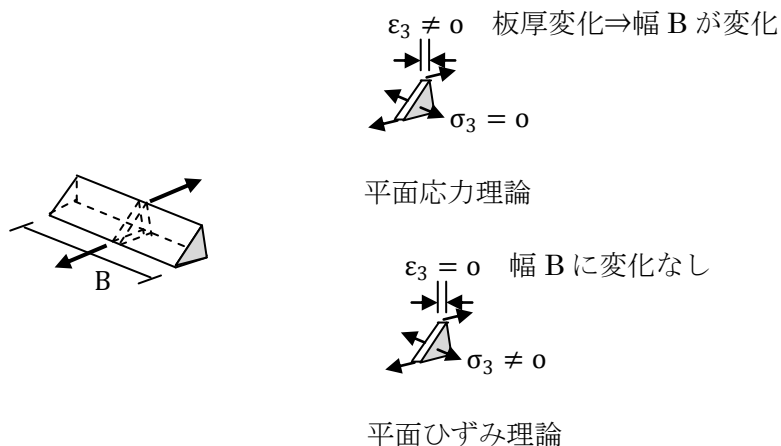
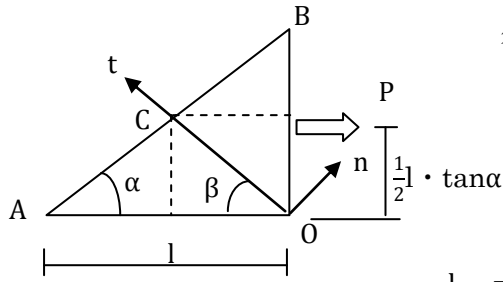


図-6

まず、破壊モードとしては、図-5 の2通りを想定します。これらのそれぞれにおいて後に必要となる幾何学的関係や、応力の関係を押さえておくこととします。まず、図-7 において、ルート O 点を通り、角 β をなす線 OC を破断線とし、この線上に座標 $n-t$ 系を設定しておきます。また、外力の作用位置は、高さの $1/2$ の位置と仮定します。



外力の作用位置は高さの 1/2
と仮定、板厚は b とする

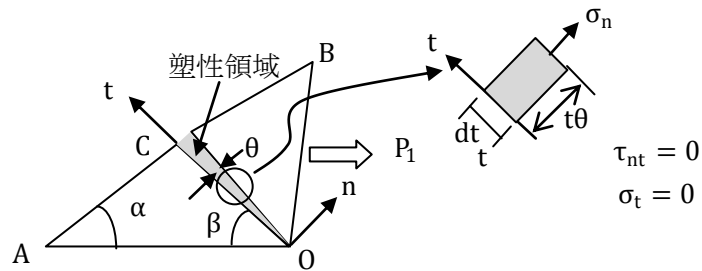
$$\text{高さ } l_{OB} = l \cdot \tan\alpha$$

$$l_{OB} = l_{OC} \sin\beta + l_{OC} \cos\beta \cdot \tan\alpha$$

$$l_{OC} = \frac{l_{OB}}{\sin\beta + \cos\beta \tan\alpha} = \frac{\tan\alpha}{\sin\beta + \cos\beta \tan\alpha} l$$

図 - 7

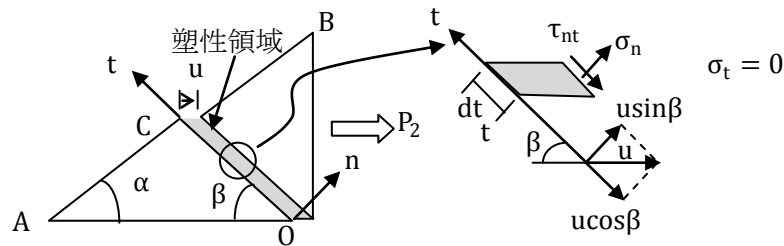
図-8 は、ルート O 点まわりに回転破断すると想定した場合です。この破断は曲げによる引張破壊と考えてよく、破断面の法線（直角）方向の応力 σ_n だけによってなされ、 t 方向の応力 σ_t 、またこの面に沿うせん断力 τ_{nt} を必要としません。すなわち、 $\sigma_t = \tau_{nt} = 0$ となります。また、ルート O 点から t の距離における変位は、回転角を θ とすると、 $t\theta$ となることにくれぐれも注意してください。のちの仮想仕事の計算に關係するからです。



破壊モード 1

図 - 8

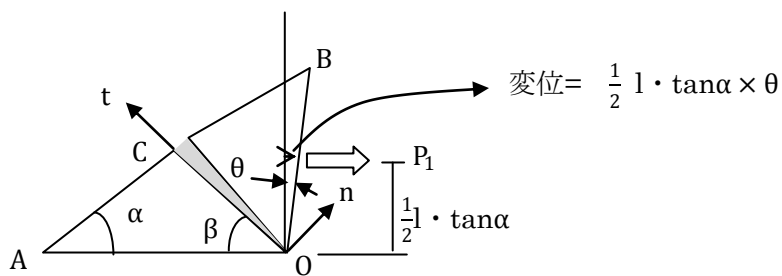
図-9 は、水平線 OA 線上に平行移動すると想定した破壊モードの場合です。このとき、水平線 OA に沿って平行移動させるためには、塑性変形領域はひし形に変形せざるを得ません。ひし形の変形は、せん断力が作用していないと絶対に生じませんから、法線応力 σ_n と同時にせん断応力 τ_{nt} が作用していなければなりません。そして、これらの力の変位量が σ_n については、 $u \sin\beta$ 、 τ_{nt} に対しては $u \cos\beta$ となることをしっかりと押さえてください。



破壊モード 2

図 - 9

以上が準備段階で、次はいよいよ仮想仕事の計算です。といってもここでつまづいてしまう方が少なくないと思います。というのは日本の構造力学における初歩教育において、なぜか仮想仕事という概念を教えることを避けているからです。それでいながら変形の計算の段階になると、途端に仮想仕事の原理による解法などとして大威張りに登場してくる。ものすごいアンバランスさで、なぜ釣り合い式 $\sum X = 0, \sum Y = 0, \sum M = 0$ を教えたあとの次の段階としてなぜ教えないのか不思議です。現代のマトリクス構造解析法がエネルギー原理を基本とし、これを微分したものとして仮想仕事の原理が位置づけがなされている現状を、もしかすると教員側の方がご存じないのではないか、そのような疑いを持たざるを得ません。愚痴はこのぐらいにして、仮想仕事という概念が、いまひとつしっくりこないという方は、とにかくまず仮想仕事の計算の仕方に慣れることを心がけてください。計算は簡単で「力×変位」とすればよいのです。ただし、この際の変位は、力の作用方向と同じ方向の変位でなければなりません。また力と変位が同一方向なら+の仕事、反対方向なら-の仕事として区別すればよいだけのことです。図-10は破壊モード1における外力 P_1 のなす仕事の計算です。 P_1 の作用点における変位は、 $\frac{1}{2} l \cdot \tan\alpha \times \theta$ となり、 P_1 と同方向ですから簡単に $\frac{1}{2} P_1 \theta l \tan\alpha$ となります。

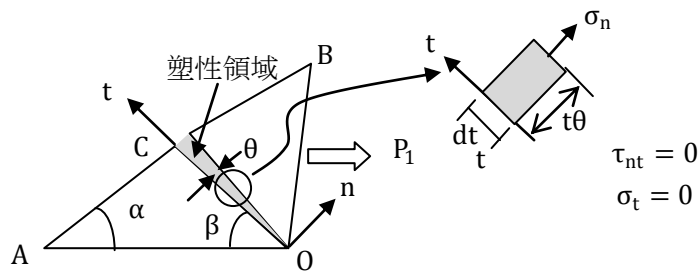


$$\text{外力} P_1 \text{の仮想仕事} = P_1 \times \frac{1}{2} \theta l \cdot \tan\alpha = \frac{1}{2} P_1 \theta l \tan\alpha$$

図-10 破壊モード1における外力の仮想仕事

図-11は、応力 σ_n のなす仮想仕事の計算です。ルートO点からt離れた位置における変位は、 $t \cdot \theta$ です。この位置に微小長さdt、幅bの範囲に応力 σ_n が分布するので、合力は $b \cdot dt \cdot \sigma_n$ となり、仮想仕事は $b \cdot dt \cdot \sigma_n \times t\theta$ となります。tは、OからOCの長さ l_{OC} まで変化するので、結局次の積分式によって応力 σ_n のなす仮想仕事は求められます。

$$\int_0^{l_{OC}} b \sigma_n t \theta dt = \left[\frac{1}{2} b \sigma_n \theta t^2 \right]_0^{l_{OC}} = \frac{1}{2} b l_{OC}^2 \sigma_n \theta$$



$$\text{応力の仮想仕事 } b\sigma_n t\theta dt \rightarrow \int_0^{l_{oc}} b\sigma_n t\theta dt = \left[\frac{1}{2} b\sigma_n \theta t^2 \right]_0^{l_{oc}} = \frac{1}{2} b l_{oc}^2 \sigma_n \theta$$

図-11 破壊モード1における応力の仮想仕事

図-12は、破壊モード2における外力 P_2 の計算です。 P_2 の変位は u ですから、ばかばかしいほど簡単に $P_2 u$ として決定されます。

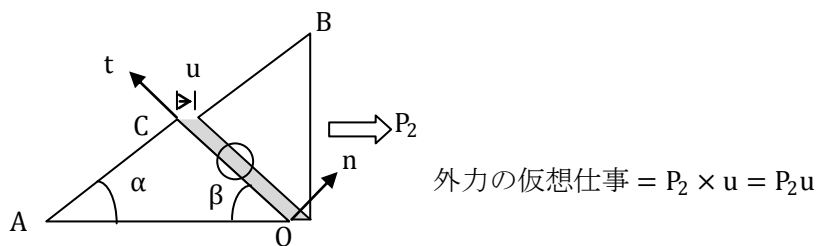
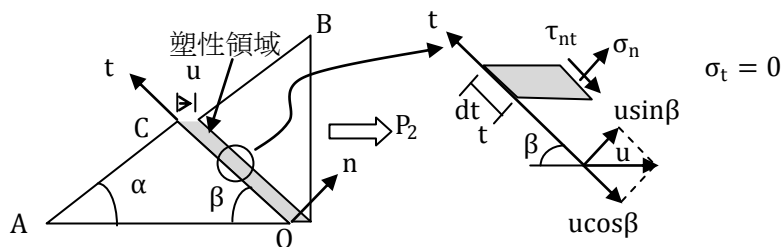


図-12 破壊モード2における応力の仮想仕事

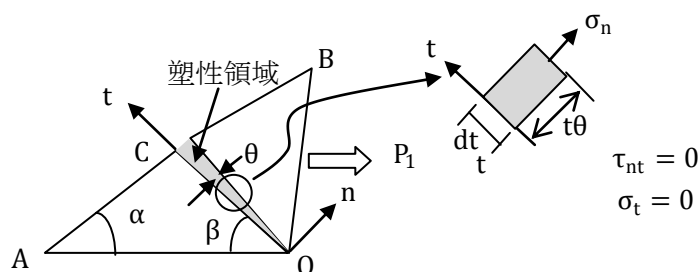
図-13は、破壊モード2における応力のなす仮想仕事です。仮想仕事=力×変位ですが、この際の変位は力と同方向の変位でなくてはなりません。したがって変位 u の σ_n 方向成分 $u \sin \beta$ 、 τ_{nt} 方向成分の $u \cos \beta$ が仮想変位ということになります。あとは、単位長さあたり、 $b\sigma_n$ 、 $b\tau_{nt}$ の力が、長さ l_{oc} にわたって分布しているのですから、 $(b\sigma_n u \sin \beta + b\tau_{nt} u \cos \beta) l_{oc}$ が仮想仕事ということになります。



$$\text{応力の仮想仕事} = (b\sigma_n u \sin \beta + b\tau_{nt} u \cos \beta) l_{oc}$$

図-13 破壊モード2における応力の仮想仕事

以上でそれぞれの破壊モードにおける外力、応力のなす仕事をすべて計算し終わりました。外力のなす仮想仕事=応力のなす仮想仕事というのが、仮想仕事という概念に従った場合の釣り合い式となりますから、これより、図-14,15のように崩壊荷重 P_1, P_2 が決定されます。



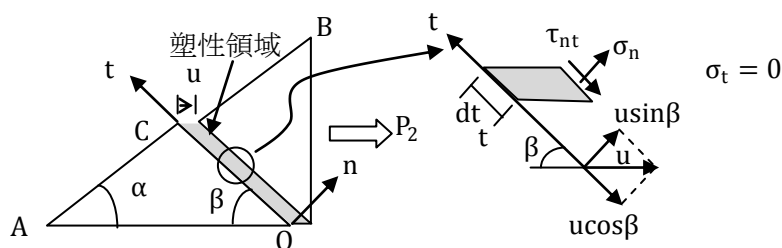
$$\frac{1}{2} P_1 \theta l \tan \alpha = \frac{1}{2} b l_{OC}^2 \sigma_n \theta$$

$$P_1 = b l_{OC}^2 \sigma_n / l \tan \alpha$$

$$l_{OC} = \frac{\tan \alpha}{\sin \beta + \cos \beta \tan \alpha} l$$

$$P_1 = \frac{\sigma_n}{(\sin \beta + \cos \beta \tan \alpha)^2} b l \tan \alpha$$

図-14 破壊モード1における崩壊荷重



$$P_2 u = (b \sigma_n u \sin \beta + b \tau_{nt} u \cos \beta) l_{OC}$$

$$P_2 = (\sigma_n \sin \beta + \tau_{nt} \cos \beta) b l_{OC}$$

$$l_{OC} = \frac{\tan \alpha}{\sin \beta + \cos \beta \tan \alpha} l$$

$$P_2 = \frac{\sigma_n \sin \beta + \tau_{nt} \cos \beta}{\sin \beta + \cos \beta \tan \alpha} b l \tan \alpha$$

図-15 破壊モード2における崩壊荷重

これで解が求められたと安心してはいけません。以上の結果は、塑性領域における垂直応力度を σ_n 、せん断応力度を τ_{nt} とあらわせば、崩壊荷重は図-14,15のように表されるということだけに過ぎません。「 σ_n, τ_{nt} は降伏後の塑性領域における応力」ですから、von Misesの降伏条件式

$$\phi = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 2\sigma_y^2 = 0$$

を満たさなければなりません。この式を根本から誘導するとなると、ほとんど途中でギブアップしてしまいます。またその余裕もありませんので、添え字 1,2,3 は3次元の x,y,z 座標のことであり、主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ は x,y,z 各方向における垂直応力度であって、これらの差の自乗和が、いわゆる降伏応力度 σ_y を基本値として $2\sigma_y^2$ の値に等しくなると降伏する、あるいは、降伏して塑性状態に入ったとすれば、主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ は、必ず上式を満たしていなければならないということなのだとあっさり了解しておいてください。この条件を適用するとき、平面応力状態とみなすのか、平面ひずみ状態とみなすのかが関係してくるのです。まず平面応力状態とすれば、

$$\sigma_3 = 0$$

ですから、von Mises の降伏条件式にこれを代入しますと、

$$\phi = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - 0)^2 + (0 - \sigma_1)^2 - 2\sigma_y^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2 - 2\sigma_y^2$$

$$\phi = \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_y^2 - \sigma_y^2 = 0$$

となります。この式は主応力面が見出せた場合の表現式で、実際には図-16 に示すように n-t 座標上における垂直応力 σ_n, σ_t とせん断応力 τ_{nt} を対象とするのが普通です。

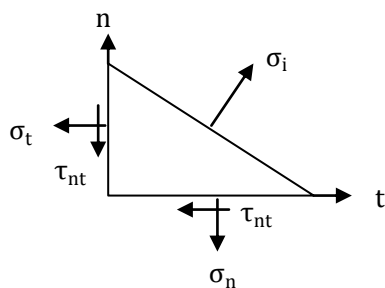


図-16

このとき、次式の関係が成り立ちます。誘導は弾塑性学の本であれば必ず出ていますのでそちらを参考にしてください。

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left\{ (\sigma_n + \sigma_t) + \sqrt{(\sigma_n - \sigma_t)^2 + 4\tau_{nt}^2} \right\}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \left\{ (\sigma_n + \sigma_t) - \sqrt{(\sigma_n - \sigma_t)^2 + 4\tau_{nt}^2} \right\}$$

これを代入することにより、実用的に重要な次の表現式を得ることができます。

$$\phi = \sigma_n^2 - \sigma_n\sigma_t + \sigma_t^2 + 3\tau_{nt}^2 - \sigma_y^2 = 0$$

さらに $\sigma_t = 0$ ですから、降伏条件式は結局次式となります。

$$\phi = \sigma_n^2 + 3\tau_{nt}^2 - \sigma_y^2 = 0$$

ついでですが、さらに $\sigma_n = 0$ の条件を追加すれば $\phi = 3\tau_{nt}^2 - \sigma_y^2 = 0$ より、 $\tau_{nt} = \sigma_y/\sqrt{3}$ が導かれます。これが降伏せん断応力度となっていることはおわかりでしょう。

さて、破壊モード1においては、図-17に示すように $\tau_{nt} = 0$ ですから、 $\sigma_n = \sigma_y$ となり、これを代入して最終的な解 $P_1 = \frac{1}{(\sin\beta + \cos\beta \tan\alpha)^2} bl\sigma_y \tan\alpha$ を得ることができます。

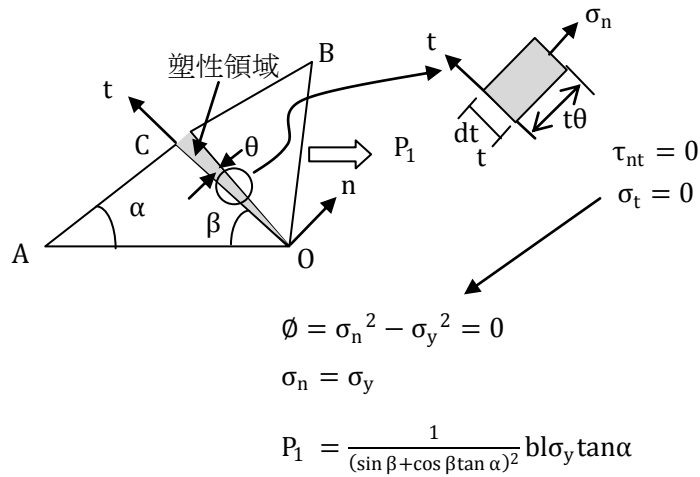


図-17 破壊モード1における崩壊荷重解

では、破壊モード2においてはどうか。こちらでは $\sigma_t = 0$ ですから、 $\phi = \sigma_n^2 + 3\tau_{nt}^2 - \sigma_y^2 = 0$ より、 $\sigma_n^2 + 3\tau_{nt}^2 = \sigma_y^2$ であることはわかりますが、 σ_n と τ_{nt} の関係が不明ですから、これ以上は進めようがありません。

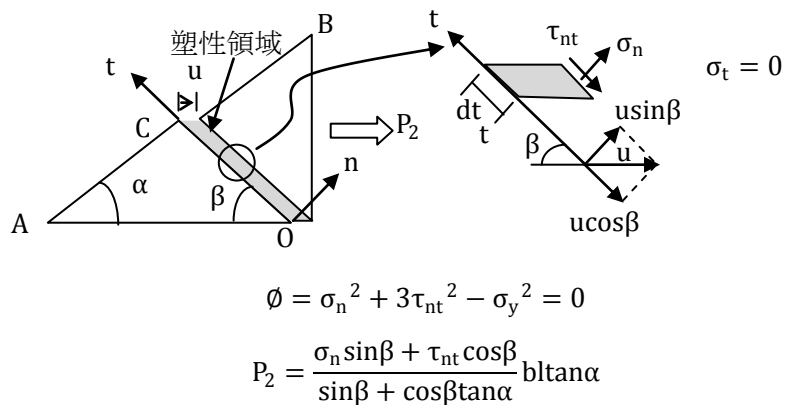


図-18 破壊モード2における崩壊荷重 (行き止まり)

これを解決するには、塑性流れの法線則を用いなければなりません。これも塑性崩壊理論の基礎としてどんな本にも書かれていることなのですが、その意味するところを詳細に論じている余裕はありませんので、ここではごく簡単に述べるだけにとどめます。von Misesの降伏条件式 $\sigma_n^2 + 3\tau_{nt}^2 = \sigma_y^2$ をグラフ化すると、図-19のような楕円形となります。この曲線上の任意の点、例えば S 点をとって、これに対応する σ_n, τ_{nt} を読み取れば、これが S 点で降伏するときの σ_n, τ_{nt} の組合せであるということになります。それだけではありません。S 点で降伏しているとき、それに対応する塑性変形はどのようなものかもわかるのです。それは、S 点に接線を引いたとき、塑性変形はこの接線に直角、すなわち、曲線に対して法線方向を向いているということで、これを塑性ひずみの法線則といいます。図-19 は縦軸にせん断応力をとっていますから、この図の鉛直方向は、すべて n-t 座標系の t 軸方向を意味すると考えてください。すると、S 点における塑性ひずみは、鉛直線に関して β の角をなしていることとなります。すなわち、S 点における塑性ひずみは、t 軸に関して角 β をなす方向に変形しつつあるといっても同じことです。

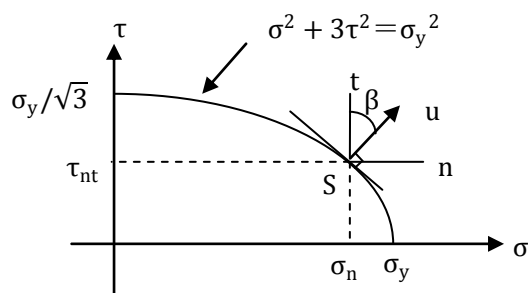


図-19 塑性ひずみの法線則

とすれば、この逆算、すなわち、t 軸に関して角 β をなす方向に変形して降伏するとしたとき、応力 σ_n, τ_{nt} はどのような組み合わせになっているかもわかるはずですが、塑性ひずみの方向は、楕円関数 $\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_y^2$ の接線に直角というのですから、楕円関数 $\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_y^2$ の接線を求めて、これに直交という条件を適用すればよいだけのことになります。いま、 σ について微分すれば

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \sigma^2 + \frac{\partial}{\partial \sigma} 3\tau^2 = \frac{\partial}{\partial \sigma} \sigma_y^2$$

$$2\sigma + 6\tau \frac{\partial \tau}{\partial \sigma} = 0$$

より、接線の勾配は

$$\frac{\partial \tau}{\partial \sigma} = -\frac{\sigma}{3\tau}$$

ということになります。一方塑性ひずみの勾配は、 $\tan\beta$ となりますから、これと直交する条件は、点 (σ_n, τ_{nt}) において、これら 2 つの勾配の積が -1 になることから、

$$-\frac{\sigma_n}{3\tau_{nt}} \times \tan\beta = -1$$

より

$$\frac{\sigma_n}{\tau_{nt}} = 3\tan\beta$$

が導かれます。するとしめたもので、 $\sigma_n^2 + 3\tau_{nt}^2 - \sigma_y^2 = 0$ なのですから、 $\sigma_n = 3\tau_{nt}\tan\beta$ を代入して

$$\begin{aligned} 9\tau_{nt}^2 \tan^2\beta + 3\tau_{nt}^2 &= \sigma_y^2 \\ (9\tan^2\beta + 3)\tau_{nt}^2 &= \sigma_y^2 \\ \tau_{nt} &= \frac{1}{\sqrt{3(3\tan^2\beta + 1)}}\sigma_y \end{aligned}$$

この結果を再度 $\sigma_n^2 + 3\tau_{nt}^2 - \sigma_y^2 = 0$ に代入して

$$\begin{aligned} \sigma_n^2 + 3\frac{1}{3(3\tan^2\beta + 1)}\sigma_y^2 - \sigma_y^2 &= 0 \\ \sigma_n^2 &= \frac{3\tan^2}{(3\tan^2\beta + 1)}\sigma_y^2 \\ \sigma_n &= \frac{\sqrt{3}\tan\beta}{\sqrt{(3\tan^2\beta + 1)}}\sigma_y = \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}\tan\beta}{\sqrt{3}\sqrt{(3\tan^2\beta + 1)}}\sigma_y = \frac{3\tan\beta}{\sqrt{3(3\tan^2\beta + 1)}}\sigma_y \end{aligned}$$

ということになります。これでやつと破壊モード 2 における荷重が確定されます。すなわち、

$$P_2 = \frac{\sigma_n \sin\beta + \tau_{nt} \cos\beta}{\sin\beta + \cos\beta \tan\alpha} b l \tan\alpha$$

に、 $\sigma_n = \frac{3\tan\beta}{\sqrt{3(3\tan^2\beta + 1)}}\sigma_y$ 、 $\tau_{nt} = \frac{1}{\sqrt{3(3\tan^2\beta + 1)}}\sigma_y$ を代入して

$$P_2 = \frac{\frac{3\tan\beta}{\sqrt{3(3\tan^2\beta + 1)}}\sigma_y \sin\beta + \frac{1}{\sqrt{3(3\tan^2\beta + 1)}}\sigma_y \cos\beta}{\sin\beta + \cos\beta \tan\alpha} b l \tan\alpha$$

これを整理していくと次のようになります。

$$P_2 = \frac{3\tan\beta \sin\beta + \cos\beta}{\sqrt{3(3\tan^2\beta + 1)}(\sin\beta + \cos\beta \tan\alpha)} b l \sigma_y \tan\alpha$$

$$P_2 = \frac{\left(3\tan\beta \frac{\sin\beta}{\cos\beta} + 1\right) \cos\beta}{\sqrt{3(3\tan^2\beta + 1)}\left(\frac{\sin\beta}{\cos\beta} + \tan\alpha\right) \cos\beta} b l \sigma_y \tan\alpha$$

$$P_2 = \frac{(3\tan^2\beta + 1)}{\sqrt{3(3\tan^2\beta + 1)}(\tan\beta + \tan\alpha)} b l \sigma_y \tan\alpha$$

結局、次式が破壊モード 2 における解となります。

$$P_2 = \frac{\sqrt{3\tan^2\beta + 1}}{\sqrt{3}(\tan\beta + \tan\alpha)} b\sigma_y \tan\alpha$$

こうしてやっと、平面応力状態であるとした場合の 2 つの解が得られたわけです。

$$P_1 = \frac{1}{(\sin\beta + \cos\beta\tan\alpha)^2} b\sigma_y \tan\alpha$$

$$P_2 = \frac{\sqrt{3\tan^2\beta + 1}}{\sqrt{3}(\tan\beta + \tan\alpha)} b\sigma_y \tan\alpha$$

しかし、これもまだ本当の解ではありません。破断角度を β と仮定したときの解であって、上式が最小値をとるときが、破壊荷重となります。すなわち、上の 2 式の各々について β に関して微分し、ゼロとおくことにより決定されます。この計算は長く退屈な計算になりますから、途中経過を省略し結果だけを示しますと、

$$P_1 \rightarrow \tan\beta \cdot \tan\alpha = 1$$

$$P_2 \rightarrow 3\tan\beta \cdot \tan\alpha = 1$$

という条件式となります。すなわち、最小荷重は

$$P_1 \rightarrow \tan\beta = 1/\tan\alpha$$

$$P_2 \rightarrow \tan\beta = 1/(3\tan\alpha)$$

のときに生じます。このうち、 P_1 についての解は簡単に求められます。すなわち

$$P_1 \rightarrow \tan\beta \cdot \tan\alpha = 1$$

は、2 つの直線が直交する時の条件式 $\tan\beta \cdot \tan\alpha = -1$ とそっくりです。すなわち

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

となります。この結果は大変面白い。というのは、図-20 に示したように破断線 OC は、常に斜辺 AB に直角、ということになるからです。すなわち、曲げ作用によりルート O 点まわりの回転モードとして決定される場合は、ルート O 点からの最短距離となる断面で決定されるということになっているわけで、メカニズムとしては、はなはだわかりやすい形になっています。

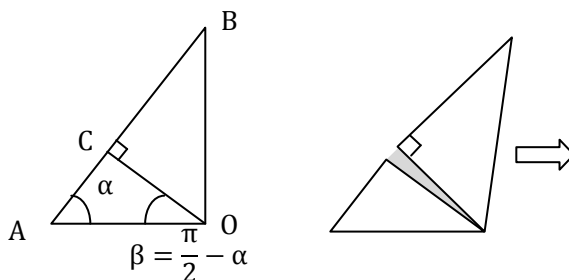


図-20 破壊モード 1 における破断線

$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ の関係を代入すれば、 P_1 は次のように変形されます。

$$P_1 = \frac{1}{(\sin\beta + \cos\beta\tan\alpha)^2} b\sigma_y \tan\alpha = \frac{1}{\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\tan\alpha\right)^2} b\sigma_y \tan\alpha$$

$$= \frac{1}{(\cos\alpha + \sin\alpha\tan\alpha)^2} b\sigma_y \tan\alpha = \frac{\cos^2\alpha}{(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)^2} b\sigma_y \tan\alpha = b\sigma_y \tan\alpha \cos^2\alpha$$

P_2 については、 $\tan\beta = 1/(3\tan\alpha)$ を代入することにより、

$$P_2 = \frac{\sqrt{3\tan^2\beta + 1}}{\sqrt{3}(\tan\beta + \tan\alpha)} b\sigma_y \tan\alpha = \frac{\sqrt{3\left(\frac{1}{3\tan\alpha}\right)^2 + 1}}{\sqrt{3}\left(\frac{1}{3\tan\alpha} + \tan\alpha\right)} b\sigma_y \tan\alpha$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{3 + 9\tan^2\alpha}{9\tan^2\alpha}}}{\sqrt{3}\left(\frac{1 + 3\tan^2\alpha}{3\tan\alpha}\right)} b\sigma_y \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + 3\tan^2\alpha}} b\sigma_y \tan\alpha$$

結局、最終的には次のようにまとめられます

$$P_1 = b\sigma_y \tan\alpha \cos^2\alpha$$

$$P_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + 3\tan^2\alpha}} b\sigma_y \tan\alpha$$

では破壊モード 1,2 のうち、どちらが実際におこるのでしょうか。 P_1, P_2 のうちの小さい方です。したがって次は P_1, P_2 の比較問題となりますが、 $\alpha = 45^\circ$ のときをまず調べておきましょう。

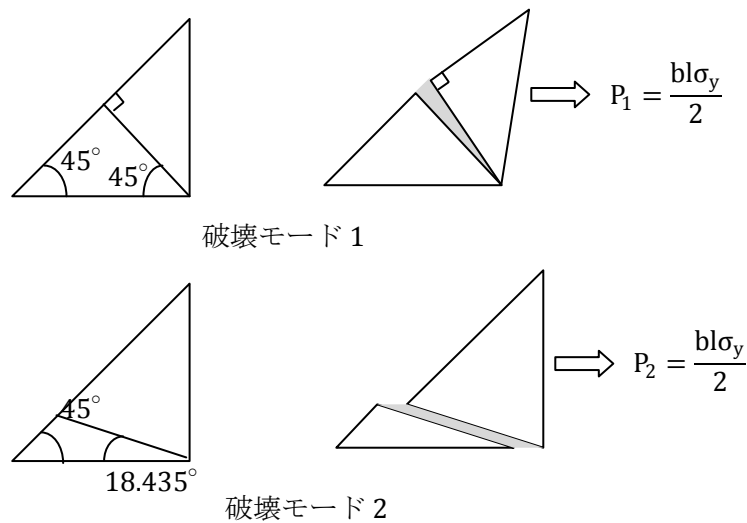


図 - 21 $\alpha = 45^\circ$ の二等辺三角形の場合

面白いことに破壊モードはまったく異なるのに、荷重、すなわち耐力はまったく同一となります。しかも、その耐力は、 $\frac{bl\sigma_y}{2}$ ですから、 $A=bl$ おけば $\frac{A}{2}\sigma_y$ となって、三角形板の平均面積によって支配されています。D では、 $\alpha > 45^\circ$ になると、どうなるでしょうか。立ちが高くなりますから、曲げ系の破壊モード1になりそうですが、まさにその通り、 $P_1 < P_2$ となって、予想通りの破壊モードとなります。当然 $\alpha < 45^\circ$ では $P_1 > P_2$ となって、せん断系の破壊モード2が生ずることになります。

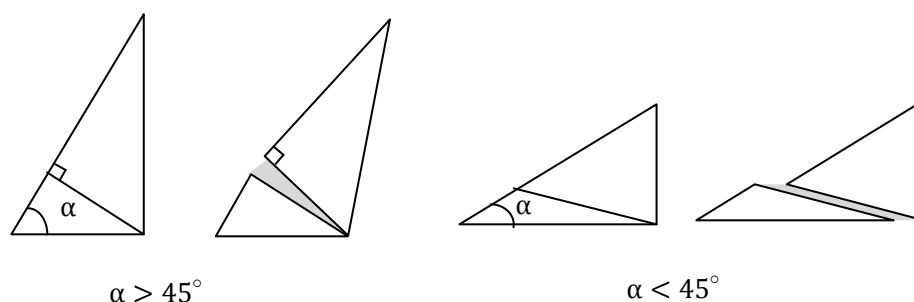


図-22

以上、平面応力状態としたときの計算がやっと終了しました。この状態は、板圧が薄くポアソン効果に対する拘束が小さい場合、すなわち、図-23のような補強リブプレートが引張力を受けた場合によく合致するといわれています。

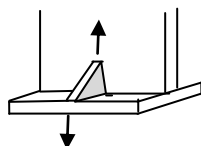


図-23

ここまで、大分長くなり、集中力も途切れそうですが、次は平面ひずみ状態とした場合を取り上げましょう。この状態は前にも述べたように、幅 B 方向のひずみを $\epsilon_3 = 0$ とした場合です。まず、 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 方向の塑性ひずみを $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ としますと、次式の関係が成立します。

$$\epsilon_1 = -2\zeta(\sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_1)$$

$$\epsilon_2 = -2\zeta(\sigma_3 + \sigma_1 - \sigma_2)$$

$$\epsilon_3 = -2\zeta(\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3)$$

これについても詳細に述べる余裕がありませんので、適当な塑性学の本を参照してください。理論的誘導過程は別として、式の形からいうと、弾性であれば、ひずみ=応力/剛性ですが、塑性時に剛性の概念は定義されませんから、これに代わる比例係数が記号 ζ であると

理解しておくだけで十分です。さて、 $\varepsilon_3 = 0$ ですから、

$$\varepsilon_3 = -2\varepsilon(\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3) = 0$$

より

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

となります。これを von Mises の降伏条件式

$$\phi = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 2\sigma_y^2 = 0$$

に代入して、整理すると次式を得ます。

$$\phi = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_y\right)^2 = 0$$

図-16 における関係を代入することにより、

$$\phi = (\sigma_n - \sigma_t)^2 + 4\tau_{nt}^2 - \frac{4}{3}\sigma_y^2 = 0$$

ところで、 $\sigma_t = 0$ であることは、平面ひずみ状態でもおなじですので、結局降伏条件式は次のようになります。

$$\phi = \sigma_n^2 + 4\tau_{nt}^2 - \frac{4}{3}\sigma_y^2 = 0$$

平面応力状態においては、 $\phi = \sigma_n^2 + 3\tau_{nt}^2 - \sigma_y^2 = 0$ であったことと比較してください。

この新しい降伏条件のもとで、 σ_n 、 τ_{nt} を決定していけば、各破壊モードにおける崩壊荷重が決定されるわけで、以下平面応力状態における手続きとほとんど同じとなります。まず

破壊モード 1 においては、図-24 に示すように $\tau_{nt} = 0$ の条件により、 $\sigma_n = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_y$ となります。

よって、 $P_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{(\sin \beta + \cos \beta \tan \alpha)^2} b l \sigma_y \tan \alpha$ となりますが、これは平面応力状態における結果

と係数 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ が異なるだけで、全く同形であることに注意してください。すなわち、 P_1 の最小値

は、 $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ で生じ、破断線 OC は斜辺 AB と直角となります。

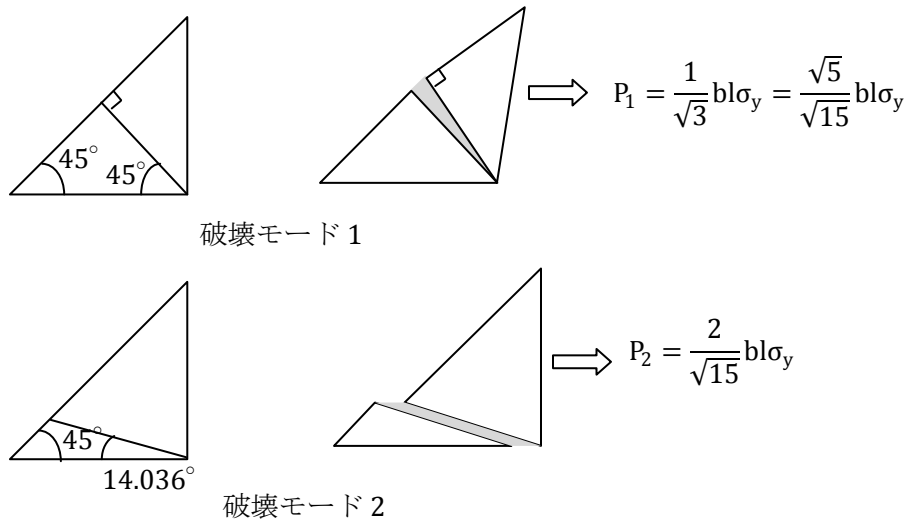


図 - 26 $\alpha = 45^\circ$ の二等辺三角形の場合 (平面ひずみ)

さて、一体どれが実情に近いのかは実験と比較するより判断するしかありません。といっても、 $\alpha = 45^\circ$ の例しかありませんが、手掛かりには十分なるし、また実用的にも重要です。まず破壊モードですが、これは文句なくモード 2 です。1 のモードは登場してきません。では崩壊荷重の方はどうか。これが悩ましい。実験値はほとんどすべてがこれまで述べてきた理論値を上回ります。どのぐらい上回るのかを明確にするため、側面すみ肉溶接としたときの耐力を基準として整理しておくようになります。

l をサイズと考えればよいですから、のど厚は $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ よって、 $l = \sqrt{2}a$ 、溶接長さは b となりますから、すみ肉溶接であれば

$$P_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} ab\sigma_y = 0.577ab\sigma_y$$

平面応力状態としたときの耐力は

$$P_1 = P_2 = \frac{\sqrt{2}ab\sigma_y}{2} = 0.71ab\sigma_y = 1.23P_0$$

平面ひずみ状態における破壊モード 1 の耐力は

$$P_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} ab\sigma_y = 0.816ab\sigma_y = 1.41P_0$$

平面ひずみ状態における破壊モード 2 の耐力は

$$P_2 = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}} ab\sigma_y = 0.73ba\sigma_y = 1.27P_0$$

となります。これらに対し、実験値は $1.4 \sim 1.5P_0$ となるというのです。すると、耐力的には平面ひずみ状態における破壊モード 1 の耐力が最も近いことになる。けれども、破壊モー

ドはあきらかにモード 2 に属するという何とも皮肉な結果となるのです。理論的な観点からいえば、破壊モードが実験と異なるというのでは、力学的メカニズムが異なるということですからお話にならず、破壊モード 1 における耐力値を採用するわけにはいきません。したがって、平面ひずみ状態とした場合の理論値、

$$P_2 = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}}ab\sigma_y = 0.73ba\sigma_y = 1.27P_0$$

を基本とせざるを得ないのですが、耐力値が実験値と 30% も異なるというのも困った話で何とも説明が付きません。しかも、この理論値は、実験値の最下限値にも届いていないのですから、理論と実際とでは明らかに乖離があると認めざるを得ず、一方安定した実験値として、側面すみ肉溶接の 1.4 倍は確保されるということから、

$$\text{前面すみ肉溶接耐力} = 1.4 \times \text{側面すみ肉溶接耐力}$$

と、日本建築学会では規定しています（鋼構造限界状態設計規準 p35 の(3.47)(3.48)式）。鋼構造接合部設計指針では、さらに一歩進めて側面、前面を区別することなく、斜方すみ肉溶接における特殊な場合として捉え、図-27 のように一般化しています。

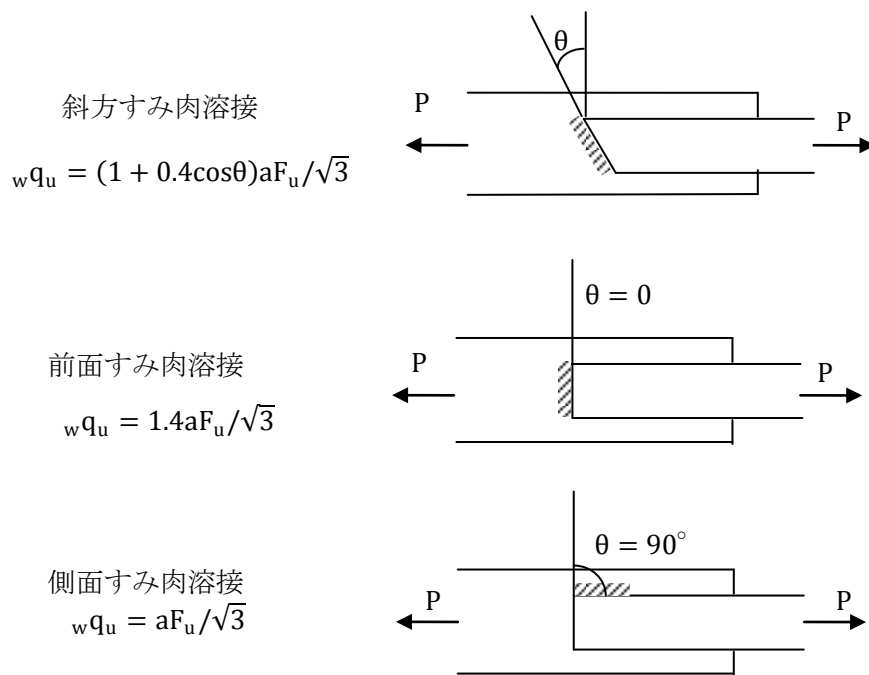
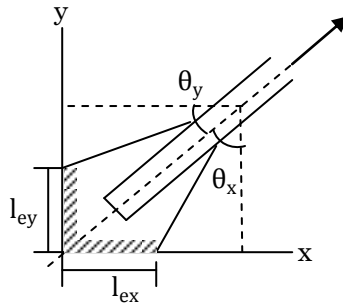


図-27

こうした斜方すみ肉溶接に該当する代表例が、図-28 に示すブレースのガセットプレートの溶接部です。ブレースのなす角がそのまま力の作用角となりますから、同図のようにブレースの任意の 1 点から、x,y 各方向の有効溶接長さを望む角 θ_x, θ_y より耐力を算定すればよいことになります。



$$\text{溶接部耐力} = \{(1 + 0.4\cos\theta_x)l_x + (1 + 0.4\cos\theta_y)l_y\}aF_u/\sqrt{3}$$

図-28

また、図-27 は、前面すみ肉溶接から側面すみ肉溶接へ連続的につながっていくことを表しますから、前面すみ肉溶接から側面すみ肉溶接とが併用されていても、それぞれの耐力をそのまま素直に重ね合わせてよいということを意味します。この点、鋼構造限界状態設計規準は、遅れをとっています。すなわち、前面、側面すみ肉溶接の耐力の違いは認めていても、斜方すみ肉溶接における特殊な場合に過ぎないという大局的な観点はありませんし、これらを併用する時の耐力は、次式のように、一方を降伏耐力、他方を終局耐力として組合せ、いずれか小さい方をとるという方式を採用しています。

$$Q_{u2} = \sum_i l_{1i} w q_{u1} + \sum_j l_{2j} w q_{y2}$$

$$Q_{u3} = \sum_i l_{1i} w q_{y1} + \sum_j l_{2j} w q_{u2}$$

l_{1i}, l_{2j} : 前面すみ肉溶接継目および側面すみ肉溶接継目の個々の有効長さ

wq_{u1}, wq_{y1} : 前面すみ肉溶接継目の単位長さあたりの最大耐力および降伏耐力

wq_{u2}, wq_{y2} : 側面すみ肉溶接継目の単位長さあたりの最大耐力および降伏耐力

$\sum_i l_{1i}, \sum_j l_{2j}$: 前面すみ肉溶接および側面すみ肉溶接に関する個々の溶接継目の和を示す

この理由は、変形能力に違いがあるから、というのが根拠であるというのですが、これは筆者の学生時代、前面すみ肉について教えられたことと同じです。すなわち、前面すみ肉溶接は強度は高いが、変形能力が落ちるから混用するな、やむを得ず混用する時は、側面すみ肉の場合の許容応力度に押さえておけ、というのです。このようなわけですから、当時の設計規準には、前面すみ肉溶接、側面すみ肉溶接という区別すらなく、許容応力度は側面すみ肉溶接のそれしか定義されていませんでした。ところが、強度が1.4倍も違うだけでなく、高力ボルトと溶接の併用という問題においては、主役をなすほか、確かに変形の差はあってもそれにより耐力への影響は5%以下で他の因子よりも小さく、鋼構造限界状

態設計規準の規定は、過小評価であるとして否定されています。鋼構造限界状態設計規準は、SI 単位への移行のため、改訂中とのことですが、遅れて事実上、絶版状態になっているのは、こうしたこともあってのことかもしれません。いずれにしても、前面すみ肉、側面すみ肉の違いを知らなかった方はもちろんのこと、筆者のように悪玉という印象を植え付けられてきた方のいずれも、前面すみ溶接についての認識を改めるべきでしょう。なお、前面すみ肉と側面すみ肉とを区別しての計算は、少し面倒になることから、相変わらず側面すみ肉溶接と同じとして計算するのは、差支えありませんが、もはやそれも差し控えるべきと考えます。実際の破壊モードを適確に捉え、これを反映した計算を進めるというのが終局耐力設計の根本だからであって、いたずらに耐力を小さく見積って安全側と自己満足することは、あくまで便宜上のものであって、本筋ではないからです。